

Množina je súhrn nejakých objektov, ktorý chápeme ako celok. Objekty, z ktorých je súhrn – množina tvorený, nazývame **prvkami množiny**. Množina je prvkami jednoznačne určená. Množiny označujeme veľkými tlačеныmi písmenami ($A, B, C, \dots$).

Množina môže obsahovať:

- konečný počet prvkov (**konečná množina**);
- nekonečný počet prvkov (**nekonečná množina**);
- žiadny prvok (**prázdná množina**).

Množinu určujeme dvojakým spôsobom:

- vymenovaním (vypísaním) všetkých prvkov, napr. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$;
- uvedením charakteristickej vlastnosti prvkov patriacich do množiny, napr. $B = \{x \in N, n > 10\}$.

Na zápis, že prvok **patri** do množiny (je prvkom množiny) používame znak $\in$. Napríklad, ak do množiny A patri prvok 1, zapíšeme $1 \in A$. Na zápis, že prvok **nepatri** do množiny (nie je prvkom množiny) používame znak $\notin$. Napríklad, ak do množiny A nepatri prvok 1, zapíšeme $1 \notin A$.

Príklad 1:

Vypíšte všetky prvky uvedených množín:

- a) množina všetkých párnych čísel väčších ako 10 a menších ako 20;
- b) množina hranatých telies;
- c) množina žiakov vašej triedy.

Riešenie:

- a) Prvkami množiny sú čísla 12, 14, 16 a 18. $A = \{12, 14, 16, 18\}$. Do tejto množiny nepatri napríklad číslo 8, je síce párne, ale nie je väčšie ako 10.
- b) Prvkami množiny sú napríklad kocka, kváder, ihlan. Do tejto množiny nepatri napríklad guľa, valec, kužeľ.

- c) Prvkami množiny sú žiaci našej triedy. Nepatria do nej žiaci z iných tried.

Množina, ktorej prvkami sú čísla, nazývame **číselná množina**.

Množina všetkých **prirodzených čísel** je označená písmenom **N**. Jej prvkami sú čísla 1, 2, 3, 4, Má nekonečne veľa prvkov (čísel).

Množina všetkých **celých čísel** je označená písmenom **Z**. Jej prvkami sú

- číslo nula;
- kladné celé čísla (prirodzené čísla) 1, 2, 3, 4, ...označujeme $\mathbf{Z}^+$;
- záporné celé čísla ..., -3, -2, -1 označujeme $\mathbf{Z}^-$.

Množina všetkých **racionálnych čísel** je označená písmenom **Q**. Jej prvkami sú všetky čísla, ktoré môžeme vyjadriť v tvare zlomku (sú podielom dvoch celých čísel, menovateľ zlomku nesmie byť nula).

Patria do nej napríklad čísla $5 = \frac{5}{1}$; $-4 = -\frac{4}{1}$; $0 = \frac{0}{2}$; $7,9 = \frac{79}{10}$; $0,\bar{6} = \frac{2}{3}$.

Racionálne číslo sa najčastejšie zapisuje

- zlomkom;
- desatinným číslom s konečným desatinným rozvojom;
- číselným rozvojom v tvare nekonečného desatinného rozvoja s vyznačenou periódou.

Množina všetkých **iracionálnych čísel** je označená písmenom **I**. Jej prvkami sú čísla, ktoré nie sú racionálne, teda tie, ktoré možno zapísať len nekonečným desatinným rozvojom, v ktorom sa nevyskytuje žiadna perióda. Napríklad číslo $\pi = 3, 14159\ 26535\ 89793\ 23846\ 26433\ \dots$, $\sqrt{2} = 1,41421\ 3562\ \dots, \dots$.

Množina všetkých **reálnych čísel** je označená písmenom **R**. Jej prvkami sú racionálne aj iracionálne čísla.

Príklad 2:

Vypíšte prvky daných množín:

- a) množina všetkých racionálnych čísel, pre ktoré platí, že ich druhá mocnina je 36;
- b) množina všetkých prirodzených čísel väčších ako -10 a zároveň menších ako 5
- c) množina všetkých celých čísel, ktorých druhá mocnina je 100;
- d) množina všetkých reálnych čísel, ktorých tretia odmocnina je -8.

Riešenie:

- a) $A = \{\forall x \in Q, x^2 = 36\}$, do množiny patria čísla 6 a -6, zapíšeme:
 $A = \{-6; 6\}$
- b) $B = \{\forall x \in N, -10 < x < 5\}$, do množiny patria čísla 1, 2, 3, 4, zapíšeme: $B = \{1, 2, 3, 4\}$
- c) $C = \{\forall x \in Z, x^2 = 100\}$, do množiny patria čísla 10 a -10, zapíšeme $C = \{-10; 10\}$
- d) $D = \{\forall x \in R, \sqrt[3]{x} = -8\}$, do množiny patrí číslo -2, zapíšeme
 $D = \{-2\}$

Príklad 3:

Do ktorých číselných množín patria čísla -3; $\frac{5}{7}$; $\sqrt{3}$; 0; 8; -6,9?

Riešenie:

$$-3 \in Z; -3 \in Q; -3 \in R$$

$$\frac{5}{7} \in Q; \frac{5}{7} \in R$$

$$\sqrt{3} \in I; \sqrt{3} \in R$$

$$0 \in Z; 0 \in Q; 0 \in R$$

$$8 \in N; 8 \in Z; 8 \in Q; 8 \in R$$

$$-6,9 \in Q; -6,9 \in R$$

Príklad 4:

Vypíšte všetky prvky množín:

a) $A = \{x \in \mathbb{N}, x \leq 5\}$

b) $B = \{x \in \mathbb{Z}, x > -5\}$

Riešenie:

a) Do množiny A patria prirodzené čísla, ktoré sú menšie alebo rovnajúce sa číslu 5, zapíšeme: $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

b) Do množiny B patria celé čísla, ktoré sú väčšie ako -5, zapíšeme: $B = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$

Operácie s množinami

Množiny A, B **sa rovnajú** (píšeme $A = B$), ak každý prvok množiny A je prvkom množiny B a zároveň každý prvok množiny B je prvkom množiny A .

Napríklad množiny $A = \{2, 4, 8\}$ a $B = \{2, 2^2, 2^3\}$ sa rovnajú.

Množina B je **podmnožinou** množiny A (zapisujeme $B \subset A$), ak každý prvok množiny B je aj prvkom množiny A . Z toho vyplýva, že pre ľubovoľné množiny A, B platí:

$$A \subset A, \emptyset \subset A,$$

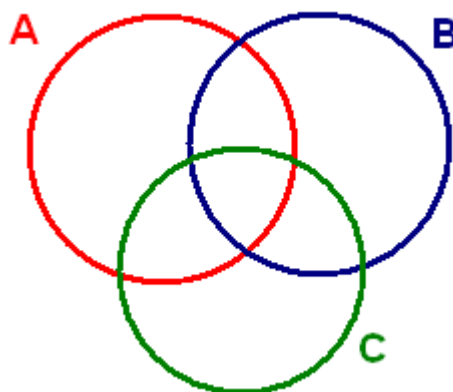
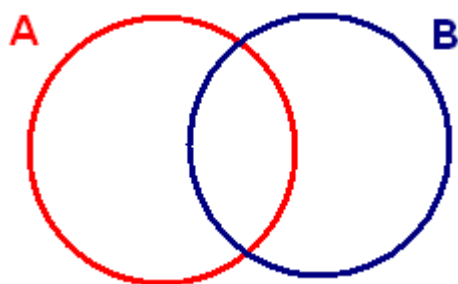
ak $A \subset B$ a $B \subset A$, tak $A = B$.

Napríklad $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ a $B = \{2, 4, 5\}$. Každý prvok množiny B je zároveň prvkom množiny A a preto množina B je podmnožinou množiny A , zapíšeme $B \subset A$. Množina A však obsahuje také prvky (napr. 1, 3, 6, 7, 8, 9), ktoré nepatria do množiny B a preto množina A nie je podmnožinou množiny B .

Prázdna množina je podmnožinou každej množiny.

Každá **neprázdna množina** má **aspoň dve** podmnožiny, seba samú a prázdnu množinu.

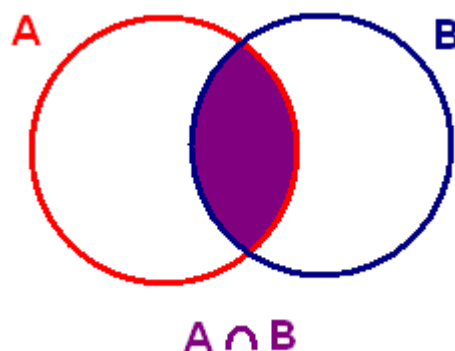
Na znázornenie množín využívame **Vennove diagramy**:
pre dve množiny



Prienikom množín A, B (píšeme $A \cap B$) rozumieme množinu všetkých prvkov, ktoré patria do množiny A a súčasne i do množiny B .

Nech $A = \{1, 4, 7\}$ a $B = \{2, 3, 4, 7, 8\}$.

Potom $A \cap B = \{4, 7\}$.

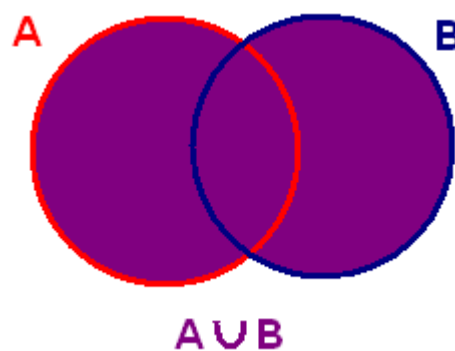


Ak je prienik množín prázdny, hovoríme, že množiny sú **disjunktné**.

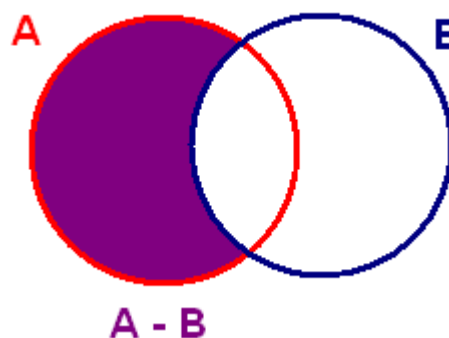
Zjednotenie množín A, B (píšeme $A \cup B$) je množina prvkov, ktoré patria aspoň jednej z množín A, B .

Nech $A = \{1, 4, 7\}$ a $B = \{2, 3, 8\}$.

Potom $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 7, 8\}$.



Rozdiel množín A, B (píšeme $A - B$) je množina, ktorá obsahuje tie prvky z množiny A , ktoré nepatria do množiny B .

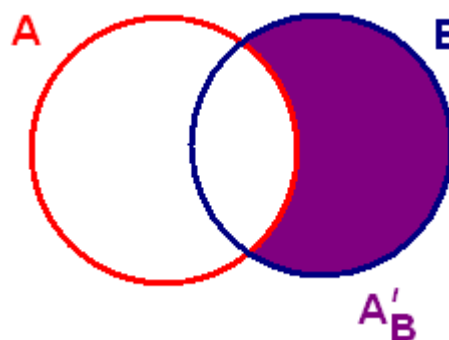


Nech $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ a $B = \{2, 4, 6, 8\}$.

Potom $A - B = \{1, 3, 5\}$,

$B - A = \{6, 8\}$.

Doplnok množiny A v množine B (píšeme A'_B) je množina všetkých prvkov, ktoré nepatria do množiny A a patria do množiny B .



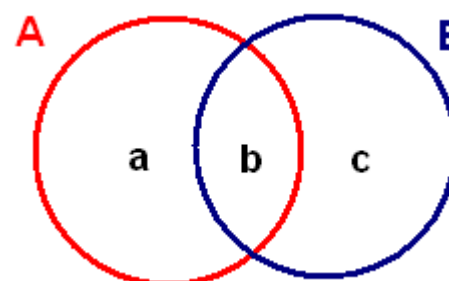
Nech $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ a $B = \{2, 4, 6, 8\}$.

Potom $A'_B = \{6, 8\}$ a $B'_A = \{1, 3, 5\}$.

Príklad 5:

Určte vo Vennovom diagrame tie premenné, ktoré znázorňujú prvky

- a) patriace do množiny A ;
- b) patriace do množiny B ;
- c) patriace do prieniku množín A, B ;
- d) patriace len do množiny A ;
- e) patriace len do množiny B .



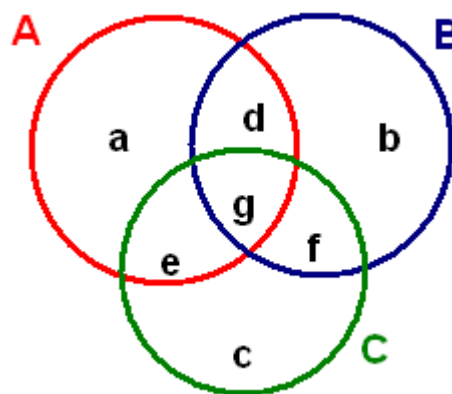
Riešenie:

- a) Množine A patria premenné $a + b$.
- b) Množine B patria premenné $b + c$.
- c) Prieniku množín A, B patrí premenná b .
- d) Len do množiny A patrí premenná a .
- e) Len do množiny B patrí premenná c .

Príklad 6:

Určte vo Vennovom diagrame tie premenné, ktoré predstavujú prvky

- a) patriace do množiny A;
- b) patriace len do množiny B;
- c) patriace do množiny B aj C;
- d) nepatriace do množiny C.



Riešenie:

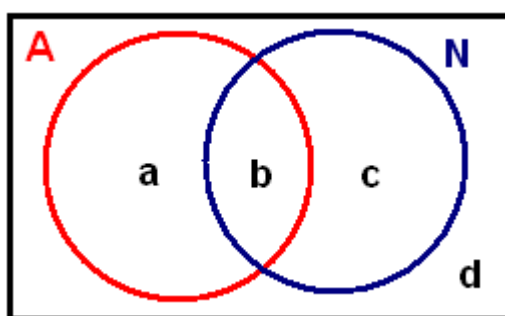
- a) Do množiny A patria $a + d + e + g$.
- b) Len do množiny B patrí b .
- c) Do množín B aj C patria $g + f$.
- d) Do množiny C nepatria $a + b + d + e + f + g$.

Príklad 7:

Z 35 žiakov sa učí anglický jazyk 8 žiakov, nemecký jazyk 10 žiakov. Ani jeden z týchto jazykov sa neučí 21 žiakov. Koľko žiakov sa učí obidva jazyky?

Riešenie:

Príklad vyriešime pomocou Vennovho diagramu pre dve množiny. Množina A sa rovná množine žiakov, ktorí sa učia anglický jazyk, množina N sa rovná množine žiakov, ktorí sa učia nemecký jazyk.



Jednotlivé časti množín označíme a, b, c, d :

- a – žiaci, ktorí sa učia len anglický jazyk;
- b – žiaci, ktorí sa učia aj anglický aj nemecký jazyk;
- c – žiaci, ktorí sa učia len nemecký jazyk;
- d – žiaci, ktorí sa neučia ani anglický ani nemecký jazyk.

Riešením úlohy má byť hodnota premennej b .

Zo zadania vieme, že:

(1) $a + b + c + d = 35$

(2) $a + b = 8$

(3) $b + c = 10$

(4) $d = 21$

Tieto rovnice vyriešime:

Druhú a štvrtú rovnicu dosadíme do prvej rovnice, lebo

$a + b + c + d = 35$





$a + b = 8$

$d = 21$

Preto :

$8 + c + 21 = 35$, z toho $c = 6$.

Dosadíme do tretej rovnice:

$b + 6 = 10$, z toho $b = 4$.

Obidva jazyky sa učia 4 žiaci.